P3 – Onde elettromagnetiche e antenne

P3.1- *La potenza captata da un'antenna ricevente di area equivalente* $\underline{A_e = 5\ m^2}$*, posta alla distanza* $\underline{r = 3\ km}$ *da un'antenna trasmittente ideale isotropa, vale* $\underline{P_R = 2\mu W}$*. Calcolare la potenza irradiata dall'antenna trasmittente e l'intensità del campo elettrico in corrispondenza dell'antenna ricevente.*

Soluzione

La potenza captata dall'antenna ricevente è espressa dalla relazione:

$$P_R = SA$$

dove *S* è la densità di potenza elettromagnetica, che risulta pertanto uguale a:

$$S = \frac{P_R}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{5} = 4 \cdot 10^{-7}\ W/m^2 = 0{,}4\mu W/m^2$$

La potenza P_T irradiata dall'antenna trasmittente isotropa, alla distanza *r* si trova distribuita uniformemente su una superficie sferica di area $4\pi r^2$, per cui vale la relazione:

$$S = \frac{P_T}{4\pi r^2}$$

dalla quale si ricava:

$$P_T = 4\pi r^2 S = 4\pi \left(3 \cdot 10^3\right)^2 \times 4 \cdot 10^{-7} = 45{,}24\ W$$

Dalla relazione (4.5) che lega la densità di potenza all'intensità del campo elettrico e magnetico:

$$S = \frac{E_M H_M}{2}$$

sostituendo ad H_M la sua espressione ricavata dalla (4.6):

$$H_M = \frac{E_M}{R_O}$$

si ottiene:

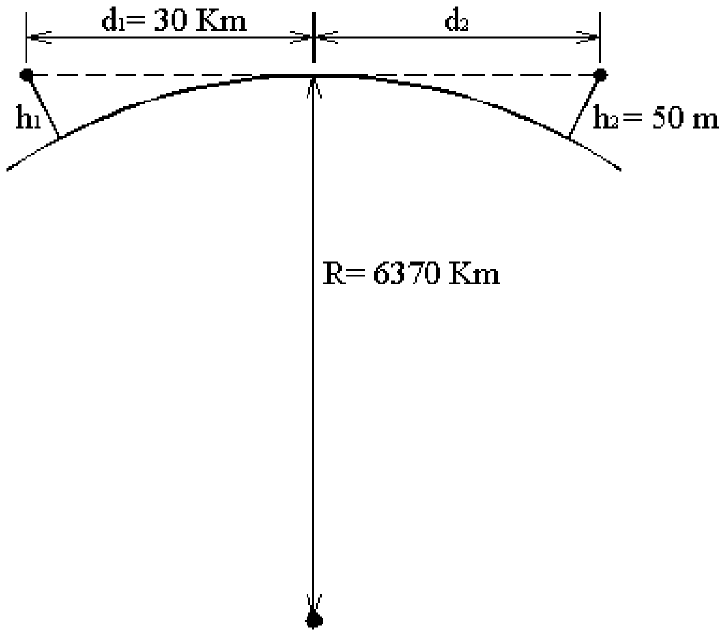
$$S = \frac{E_M^2}{2R_o} = \frac{E_M^2}{2 \cdot 377}$$

avendo posto $R_o = 377\Omega$, impedenza caratteristica del vuoto e praticamente dell'aria.

L'intensità del campo elettrico vale pertanto:

$$E_M = \sqrt{2R_o S} = \sqrt{2 \times 377 \times 4 \cdot 10^{-7}} = 1{,}74 \cdot 10^{-2} V/m = 17{,}4\ mV/m$$

P3.2 – *A quale altitudine bisogna installare l'antenna di un trasmettitore ad onde ultracorte, affinché sia "visibile" da un ricevitore posto al livello del mare, a distanza di <u>30 km</u> dal trasmettitore? E quale è la distanza massima a cui può essere posto il ricevitore, se la sua antenna ricevente è installata a <u>50 km</u> di altitudine?*



Soluzione

Nella ipotesi che il globo terrestre sia perfettamente sferico, con raggio r = 6370 m, e che la propagazione delle onde e. m. ultracorte sia rettilinea, come quella delle onde luminose, la distanza *d* di visibilità tra due antenne installate alle quote h_1 e h_2 è data da:

$$d = \sqrt{2r}\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right)$$

ovvero, esprimendo *d* ed *r* in chilomertri e h_1 *e* h_2 in metri:

$$d[km] = \sqrt{2R[km]}\sqrt{10^{-3}}\left(\sqrt{h_1[m]} + \sqrt{h_2[m]}\right) = \sqrt{2 \cdot 6370 \cdot 10^{-3}}\left(\sqrt{h_1[m]} + \sqrt{h_2[m]}\right) =$$

$$= 3{,}57\left(\sqrt{h_1[m]} + \sqrt{h_2[m]}\right)$$

Per la visibilità "quasi ottica" fra le due antenne, cioè tenendo conto dell'incurvamento dei raggi verso il basso dovuto alla rifrazione troposferica, la distanza è maggiore, valutabile con la (4.20):

$$d[km] = 4{,}12\left(\sqrt{h_1[m]} + \sqrt{h_2[m]}\right)$$

Nel nostro caso, se l'antenna ricevente è al livello del mare, a distanza di 30 Km dal trasmettitore, si ha:

$$30 = 4{,}12\sqrt{h_1[m]}$$

da cui si ricava, per l'antenna del trasmettitore:

$$h_1[m] = \left(\frac{30}{4{,}12}\right)^2 = 53\,km$$

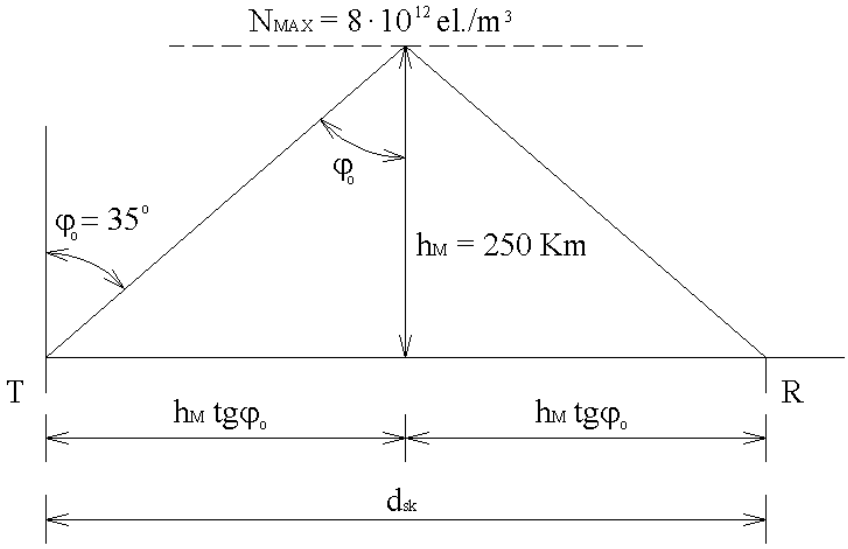
Se invece l'antenna ricevente è installata a quota h_2 = 50 m, essendo il valore di h_1 poco diverso da quello di h_2, la distanza raggiungibile è pressoché il doppio di 30 km. Si ha infatti:

$$dB[km] = 4{,}12\left(\sqrt{53} + \sqrt{50}\right) \cong 59\ km$$

Naturalmente la condizione di visibilità quasi ottica fra le due antenne sarà effettiva solo in assenza di ostacoli intermedi, a meno che questi non siano di piccole dimensioni (paragonabili alla lunghezza d'onda), nel qual caso si produce il fenomeno della diffrazione, grazie al quale l'onda e. m. può aggirare l'ostacolo, anziché venire da questo riflessa.

P3.3 – *Uno strato ionosferico ha andamento altimetrico della densità elettrica crescente fino alla quota h_M di 250 km, dove raggiunge una densità $N_{MAX} = 9.10^{12}$ elettroni/m^3.*

Si determini la più alta frequenza delle onde e.m. rinviate a terra per riflessione ionosferica, nei casi di incidenza normale ($\varphi_o = 0$) e di incidenza con angolo $\varphi_o = 35^o$. Calcolare inoltre, per il secondo caso, la distanza di skip d_{sk} nell'ipotesi di terra piana.



Soluzione

Nel primo caso il valore di frequenza richiesto è quello della frequenza critica f_c dello strato ionosferico considerato. Le onde a incidenza normale con frequenza minore di f_c vengono anch'esse rinviate a terra, a quote più basse di h_M, mentre quelle a frequenza maggiore di f_c "bucano" lo strato, perdendosi nello spazio sovrastante.

Applicando la (4.17) si ottiene:

$$f_{\max} = f_c = 9\sqrt{N_{MAX}} = 9\sqrt{9 \cdot 10^{12}} = 2{,}7 \cdot 10^7\, Hz = 27\ MHz$$

Nel caso di incidenza con angolo φ_o, la massima frequenza usabile (denominata MUF, *Maximum Usable Frequency)* è maggiore della frequenza critica dello strato ionosferico considerato, e dipendente dall'angolo di incidenza secondo la relazione:

$$\mathrm{f_{max}} = \mathrm{MUF} = \frac{\mathrm{f_c}}{\cos\varphi_o}$$

che per $\varphi_o = 35^o$ fornisce:

$$f_{\max} = MUF = \frac{2{,}7 \cdot 10^7}{\cos 35^o} \cong 3{,}3 \cdot 10^7\, H_z = 33\, MHz$$

Per quanto riguarda la *distanza di skip* (cioè la distanza tra i punti della terra T e R, rispettivamente di partenza del raggio incidente e di ritorno del raggio riflesso), nell'ipotesi di terra piana vale la relazione:

$$\mathrm{d_{SK}} = 2\mathrm{h_M}\,\mathrm{tag}\varphi_o$$

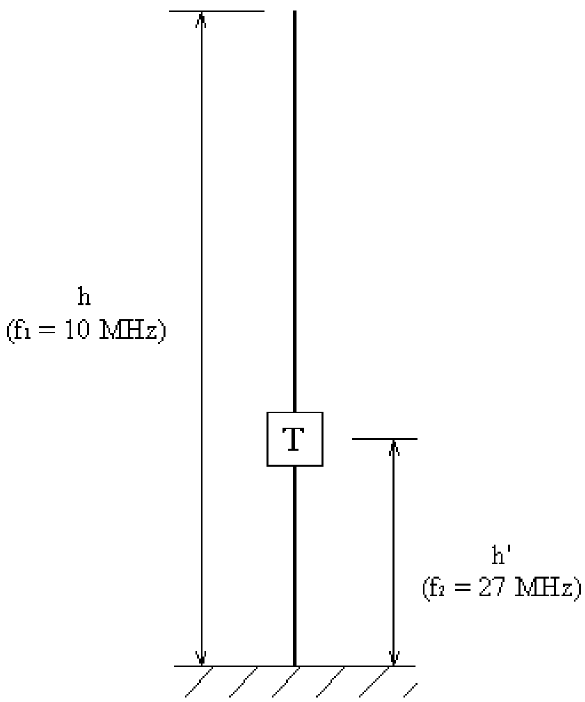
che nel nostro caso fornisce:

$$d_{SK} = 2 \times 250 \times tg35^o \cong 350\ km$$

Per un dato valore di h_M, la distanza di skip caratterizza la propagazione ionosferica di tutte le onde e.m. con determinato angolo di incidenza φ_o, purchè di frequenza non superiore alla relativa MUF. In pratica non conviene utilizzare frequenze molto più basse della MUF, perché per esse la riflessione avviene su strati bassi della ionosfera, che sono poco densi di ioni ma molto densi di atomi, e che perciò introducono una elevata attenuazione della potenza trasmessa. D'altra parte non è prudente usare una frequenza troppo vicina alla MUF, perchè c'è il rischio della scomparsa del segnale a causa di un improvviso ed imprevedibile abbassamento della densità elettronica, che può portare la frequenza usata ad essere superiore alla nuova MUF e perciò a non venire più riflessa.

Per tali motivi la scelta cade solitamente su una frequenza inferiore alla MUF di circa il 15%, indicata come "frequenza ottima di lavoro" (OWF, *Optimum Working Frequency*).

P3.4 – *Un'antenna verticale a dipolo marconiano funziona in quarto d'onda con un coefficiente di velocità* $\underline{K = 0,9}$. *Calcolare l'altezza h del dipolo e stabilire a quale distanza* h' *dal piano di terra deve essere inserita una* *trappola d'onda, per consentire il funzionamento su due bande:* $\underline{f_1 = 10\ MHz}$ *e* $\underline{f_2 = 27\ MHz}$.



Soluzione

La *trappola d'onda* può essere realizzata con un circuito antirisonante di tipo R – C, accordato sulla frequenza f_2. In corrispondenza di tale frequenza si determina la massima impedenza nel circuito antirisonante, per cui la trappola si comporta praticamente come un circuito aperto, che isola la parte superiore dell'antenna. Quest'ultima si comporta quindi come un dipolo marconiano di altezza h' pari alla distanza da terra dal punto in cui è inserita la trappola.

La lunghezza d'onda λ' corrispondente a f_2 vale:

$$\lambda' = \frac{u}{f_2} = \frac{K \cdot c}{f_2} = \frac{0{,}9 \cdot 3 \cdot 10^8}{27 \cdot 10^6} = 10\text{m}$$

e quindi, per la risonanza in quarto d'onda, il valore di h' deve essere:

$$h' = \frac{\lambda'}{4} = \frac{10}{4} = 2{,}5\,m$$

In corrispondenza della frequenza $f_1=10\ MHz$, esterna alla banda del circuito antirisonante, la trappola si comporta praticamente come un cortocircuito, per cui l'altezza h del dipolo corrisponde alla lunghezza fisica del dipolo di antenna. Poiché la lunghezza d'onda corrispondente a tale frequenza vale:

$$\lambda = \frac{u}{f_1} = \frac{K \cdot c}{f_1} = \frac{0{,}9 \cdot 3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^6} = 27\text{m}$$

l'altezza del dipolo risulta:

$$h = \frac{\lambda}{4} = \frac{27}{4} = 6{,}75\,m$$

P3.5 – *Un'antenna a stilo (dipolo marconiano), caratterizzata da una capacità distribuita C = 4,44pF/m, è dimensionata per la ricezione sui 144 MHz, con coefficiente di velocità K= 0,95. Dopo aver calcolato, per l'antenna, l'altezza e l'impedenza caratteristica, determinare la carica reattiva da inserire alla sua base o alla sua sommità, per adattarla alla ricezione sui 27 MHz.*

Soluzione

L'antenna assegnata, funzionante in quarto d'onda sui 144 MHz, ha un'altezza data da:

$$h = K\frac{\lambda}{4} = \frac{K \cdot c}{4f} = \frac{0{,}95 \times 3 \cdot 10^8}{4 \times 144 \cdot 10^6} = 0{,}495\,m$$

Per sintonizzarla sui 27 MHz, cioè su una frequenza più piccola e quindi su una lunghezza d'onda più grande, è necessario "allungare" elettricamente l'antenna con l'aggiunta di un *adattatore* *di lunghezza d'onda,* costituito da una opportuna reattanza concentrata alla base dell'antenna o sulla sua sommità.

Per determinare la reattanza di adattamento richiesta, bisogna conoscere l'impedenza caratteristica dell'antenna. Al riguardo va tenuto presente che per l'antenna, considerata come linea senza perdite in aria ($\varepsilon_r = \mu_r = 1$), con costanti distribuite L e C, l'impedenza caratteristica è puramente ohmica e data dalla (5.29):

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

mentre la velocità di propagazione è data dalla (5.21) e coincide con la velocità c della propagazione libera:

$$u = \frac{1}{\sqrt{LC}} = c$$

Si ha pertanto:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

e quindi:

$$R_o = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{cC} = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \times 4{,}44 \cdot 10^{-12}} = 750\,\Omega$$

Nota R_o, possiamo dimensionare l'adattatore di lunghezza d'onda, che può essere realizzato mediante una capacità verso terra C^* concentrata sulla sommità dell'antenna, oppure mediante una induttanza L^* inserita alla base dell'antenna stessa.

Il valore di C^* si ricava dalla (6.5a):

$$\frac{1}{\omega C^*} = R_o \operatorname{tg} 2\pi \frac{h}{\lambda}$$

con ω e λ calcolati in corrispondenza della frequenza di 27 MHz:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 27 \cdot 10^6 = 1{,}7 \cdot 10^8 \,\mathrm{rad/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{27 \cdot 10^6} = 11{,}11\mathrm{m}$$

Si ottiene:

$$C^* = \frac{1}{\omega R_o} ctg 2\pi \frac{h}{\lambda} = \frac{1}{1{,}7 \cdot 10^8 \times 750} ctg 2\pi \frac{0{,}495}{11{,}11} = 2{,}73 \cdot 10^{-11} F = 27{,}3\, pF$$

Il valore di L^* si ricava invece dalla (6.5b):

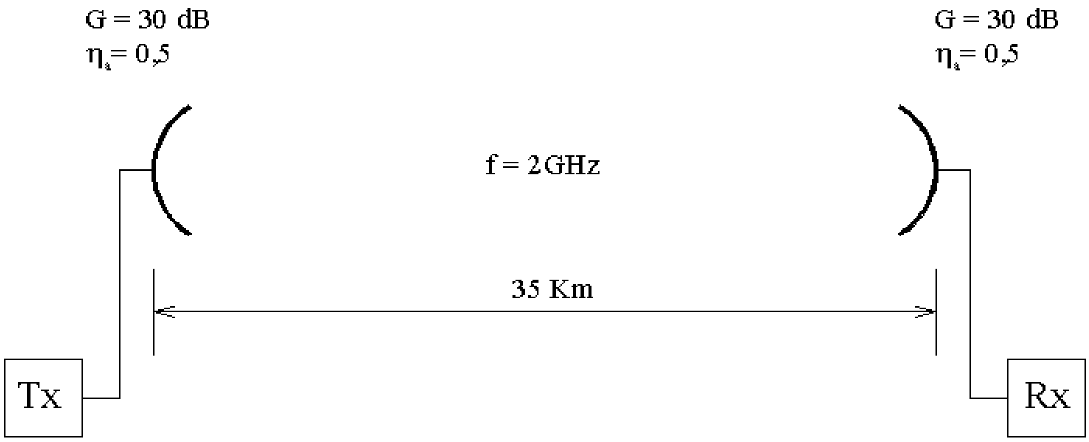
$$L^* = \frac{R_o}{\omega} ctg 2\pi \frac{h}{\lambda} = \frac{750}{1{,}7 \cdot 10^8} ctg 2\pi \frac{0{,}495}{11{,}11} = 1{,}53 \cdot 10^{-5} H = 15{,}3\,\mu H$$

o più semplicemente (osservando che il rapporto fra L^* e C^* deve essere lo stesso del rapporto fra le costanti primarie L e C, pari a R_o^2):

$$L^* = C^* R_o^2 = 27{,}5 \cdot 10^{-12} \times 750^2 = 1{,}53 \cdot 10^{-5} H = 15{,}3\,\mu H$$

P3.6 – *In un radiocollegamento a microonde sono impiegate due antenne paraboliche uguali, aventi guadagno* *G(dB) = 30 dB* *ed efficienza* $\mu_a = 0{,}5$ *, poste alla distanza* *r = 30 km.*

Nota la frequenza di lavoro f = 2 GHz, determinare il diametro dell'antenna, l'area equivalente dell'antenna ricevente e l'apertura del fascio di irradiazione dell'antenna trasmittente.
Calcolare poi l'attenuazione disponibile del collegamento, espressa in decibel, e la massima potenza ottenibile in uscita dall'antenna ricevente nel caso la potenza irradiata dall'antenna trasmittente sia a livello di 20 dBw.



Soluzione

1) *Diametro delle antenne*

Alla frequenza di 2 GHz corrisponde una lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^9} = 0{,}15\text{m}$$

Per una efficienza $\eta_a = 0{,}5$ il guadagno in dB delle antenne è espresso dalla (6.31):

$$G(\text{dB}) = 10 \log \frac{5D^2}{\lambda^2}$$

che per G(dB) = 30 dB fornisce:

$$\frac{5D^2}{\lambda^2} = 1000$$

ovvero:

$$D = \sqrt{\frac{1000\,\lambda^2}{5}} = \sqrt{\frac{1000 \times 0{,}15^2}{5}} = 2{,}12\,m$$

2) *Area equivalente*

L'area equivalente delle antenne (area della bocca del paraboloide) vale:

$$A_c = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2{,}12^2}{4} = 3{,}53\text{m}^2$$

L'area equivalente, in base alla definizione (6.29) di efficienza di un'antenna superficiale, risulta pertanto:

$$A_e = \eta_a A_c = 0{,}5 \times 3{,}53 = 1{,}77\,m^2$$

Ad un risultato simile si perviene più direttamente applicando la (6.20):

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G = \frac{0{,}15^2}{4\pi} 1000 = 1{,}79\,m^2$$

3) *Apertura del fascio*

Per le antenne a paraboloide, l'apertura del fascio di irradiazione (angolo individuato dalle due direzioni in corrispondenza delle quali la risposta dell'antenna si riduce di 3dB rispetto alla direzione di massima irradiazione) in gradi sessagesimali dalla (6.32), che nel nostro caso fornisce:

$$\varphi_o = 70\frac{\lambda}{D} = 70\frac{1{,}5}{2{,}12} = 49{,}5^o$$

4) *Attenuazione disponibile*

L'attenuazione disponibile del collegamento, cioè il rapporto fra la potenza irradiata dall'antenna trasmittente e la potenza in uscita dall'antenna ricevente su carico adattato, è data dalla formula fondamentale della trasmissione (6.23):

$$\frac{P_T}{P_R} = \frac{4\pi r^2}{A_e G_T} = \frac{4\pi \cdot \left(35 \cdot 10^3\right)^2}{1{,}77 \cdot 1000} = 8{,}7 \cdot 10^{-6}$$

ovvero, in decibel:

$$10\log\frac{P_T}{P_R} = 10\log 8{,}7 \cdot 10^6 = 69{,}4\text{dB}$$

Lo stesso risultato (a meno delle approssimazioni di calcolo) è fornito, direttamente in decibel, dalla (6.33), esprimendo la distanza fra le antenne in km, la frequenza di lavoro in MHz e i guadagni delle antenne in dB:

$$10\log\frac{P_T}{P_R} = 32{,}4 + 20\log r + 20\log f - G_T(dB) - G_R(dB) = 32{,}4 + 20\log 35 + 20\log 2000 - 2G(dB) = 69{,}$$

4) *Potenza in uscita*

La massima potenza ottenibile dal segnale in uscita dall'antenna ricevente coincide con la potenza disponibile P_R, per cui, essendo l'attenuazione disponibile pari a 69,4dB, il livello di P_R corrispondente ad un livello di P_T di 20dB risulta:

$$l_r = 10\log P_R[W] = 20 - 69{,}3 = -49{,}3\text{dB}$$

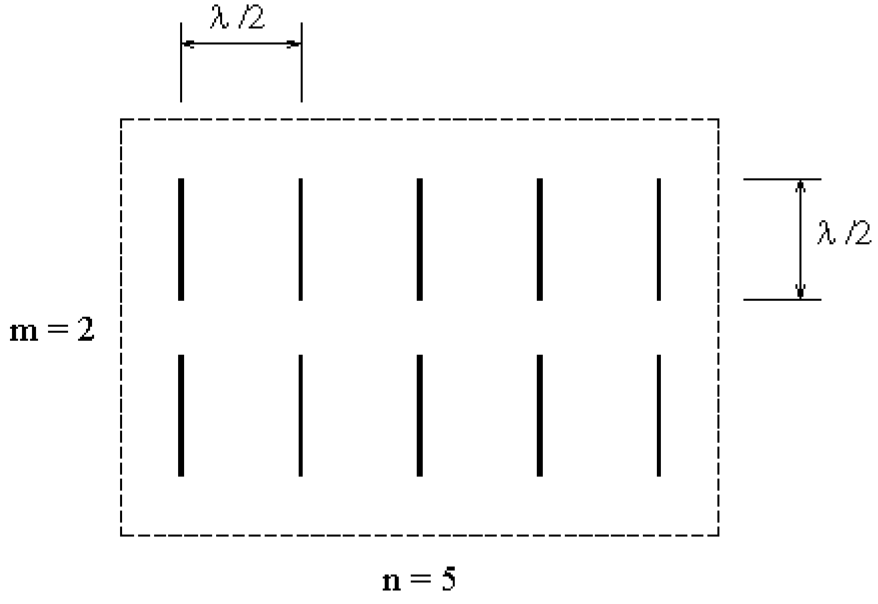
ovvero:

$$P_R = 10^{-49{,}3/10} = 1{,}17 \cdot 10^{-5} W = 11{,}7\ \mu W$$

P3.7 – *Un radiocollegamento a 600 MHz contiene due antenne unidirezionali a cortina di dipoli, disposte parallelamente fra loro a distanza r = 50 km. Ciascuna cortina è formata da 10 dipoli a mezza onda, disposti secondo un reticolo a m = 10 righe e n = 5 colonne.*

Nel punto in cui è installata l'antenna ricevente, il campo elettrico "libero" (misurato in assenza dell'antenna ricevente stessa) generato dall'antenna trasmittente ha un'ampiezza E_M = 1,5mV/m.

Calcolare la potenza P_T irradiata dall'antenna trasmittente e la potenza P_R disponibile all'uscita di quella ricevente. Determinare poi l'attenuazione disponibile del radiocollegamento e l'efficienza delle antenne impiegate.



Soluzione

1) *Potenza irradiata*

Il guadagno teorico delle antenne è dato dalla (6.28):

$$G = 3{,}3 \cdot m \cdot n = 3{,}3 \cdot 2 \cdot 5 = 33$$

ovvero:

$$G(dB) = 10\log 33 = 15{,}18dB$$

La potenza irradiata dall'antenna trasmittente si può calcolare utilizzando l'espressione (6.10) del campo elettrico a distanza *r* dall'antenna:

$$E_M = \frac{1}{r}\sqrt{60GP_T}$$

Si ottiene:

$$P_T = \frac{E_M^2 r^2}{60G} = \frac{\left(1{,}5\cdot 10^{-3}\right)^2 \left(50\cdot 10^3\right)^2}{60\times 33} = 2{,}84W$$

2) *Potenza disponibile in ricezione*

A distanza *r*, nella direzione normale al piano della cortina di dipoli, la densità di potenza è *G* volte quella che si avrebbe con un'antenna trasmittente isotropa, e cioè;

$$S = G\frac{P_T}{4\pi r^2} = 33\frac{2{,}84}{4\pi\cdot\left(50\cdot 10^3\right)^2} = 2{,}98\cdot 10^{-9}\,W/m^2$$

L'area equivalente dell'antenna ricevente è data dalla (6.20):

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi}G$$

con:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8}{600\cdot 10^6} = 0{,}5m$$

Si ottiene:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi}G = \frac{0{,}5^2}{4\pi}33 = 0{,}66m^2$$

La potenza disponibile in uscita dall'antenna ricevente risulta pertanto:

$$P_R = SA_e = 2{,}98\cdot 10^{-9}\times 0{,}66 \cong 1{,}97\cdot 10^{-9}\ W$$

3) *Attenuazione disponibile*

L'attenuazione disponibile del radiocollegamento vale dunque:

$$10\log\frac{P_T}{P_R} = 10\log\frac{2{,}84}{1{,}97} = 91{,}59\,dB$$

Lo stesso risultato si può ottenere applicando la formula fondamentale della trasmissione, nella forma in decibel (6.33):

$$10\log\frac{\mathrm{P_T}}{\mathrm{P_R}} = 32{,}4 + 20\log \mathrm{r}[\mathrm{Km}] + 20\log \mathrm{f}[\mathrm{MH_z}] - \mathrm{G_T}(\mathrm{dB}) - \mathrm{R_R}(\mathrm{dB}) =$$

$$= 32{,}4 + 20\log 50 + 20\log 600 - 2\cdot 15{,}18 = 91{,}58\mathrm{dB}$$

4) *Efficienza delle antenne*

Tenendo presente che i dipoli delle cortine costituenti le antenne hanno lunghezza λ/2 e che le colonne del reticolo secondo cui sono disposti i dipoli distano fra loro di λ/2, l'area geometrica della cortina è dell'ordine di grandezza:

$$5\frac{\lambda}{2}\cdot 2\frac{\lambda}{2} = 2{,}5\lambda^2 = 2{,}5\cdot 0{,}5^2 = 0{,}625\mathrm{m}^2$$

poco diversa dall'area equivalente. Pertanto l'efficienza delle antenne a cortina è praticamente unitaria:

$$\eta = \frac{\mathrm{A_e}}{\mathrm{A_c}} \cong 1$$